

Олимпиада «Путь к успеху»

Информационные технологии 11 класс

Критерии оценивания

Задание 1

При регистрации каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 20 символов и содержащий только символы латинского алфавита (26 символов) большие и маленькие. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством бит. Кроме пароля для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 500 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число — количество байт.

Максимальный балл 5

Решение

Всего в алфавите $26 \cdot 2$ символа. На один символ приходится $2^i = 52$. Откуда $i = 6$ бит (бит — наименьшая единица измерения информации и дробной быть не может). $20 \cdot 6 = 120$ бит или 15 байт на один пароль. Так как человек 20, то памяти необходимо $15 \text{ байт} \cdot 20 = 300 \text{ байт}$

$15 \cdot 20 + 20 \cdot x = 500$ Откуда $x = 10$ байт.

Задание 2

Отсортировать массив, чтобы вначале в нем шли положительные числа, затем отрицательные, в конце нули

Входные данные 3 -4 -5 6 2 0 1 0 -3

Выходные данные 3 6 2 1 -4 -5 -3 0 0

Максимальный балл 10

Для решения нужно было составить программу на любом языке программирования.

Например, программа на Паскале

```
• const n=10;
  var i,j,i0,q:integer;
  p:array[1..n] of integer;
  begin
• Randomize;
  For i:=1 to n do
  begin
  p[i]:=-1+Random(5);
    o Write(p[i]:3,' ');
  end;
  Writeln;
  i0:=1;
  For i:=1 to n do
  If p[i]>0 then
  begin
    q:=p[i];
    For j:=i downto i0+1 do
      p[j]:=p [j-1];
      p[i0]:=q;
      i0=i0+1
    end;
  For i:=1 to n do
    If p[i]<0 then
    begin
      q:=p[i];
      For j:=i downto i0+1 do
        p[j]:=p[j-1];
        p[i0]:=q;
        i0 =i0+1;
      end;
  For i:=1 to n do
  Write(p[i]:3,' ');
  end.
```

Задание 3

Найти количество чисел с 4 делителями в промежутке от а до b ($2 \leq a < b \leq 10^6$)

Максимальный балл 10. Для решения нужно было составить программу на любом языке программирования.

Пример решения на языке Python:

```

def is_number_of_dividers_4(n):
    result = 0
    for i in range(1, int(n**0.5)+1): # перебираем делители до корня, не
    включая корень
        if n % i == 0:
            if n ** 0.5 == i: # Если корень из числа целое число
                result += 1
            else:
                result += 2
        if result > 4:
            break

    if result == 4:
        return True
    else:
        return False

a, b = int(input()), int(input())
counter = 0
for i in range(a, b+1):
    if is_number_of_dividers_4(i):
        counter += 1

print(counter)

```

Задание 4

Найти количество чисел на отрезке от а до b, квадраты которых оканчиваются на само число ($5^2=25$, $6^2=36$, $25^2=625$...)

например

Входные данные

a = 2

b = 700

Выходные данные

6

Максимальный балл 10. Для решения нужно было составить программу на любом языке программирования.

Пример решения на языке Python

```

a, b = int(input("Введите a: ")), int(input("Введите b: "))
counter = 0
for i in range(a, b+1):
    if str(i) == str(i**2)[len(str(i**2))-len(str(i))]:
        counter += 1
print(counter)

```

Задание 5

Некоторое число записали в двух системах счисления (от 2 до 100) с взаимно простыми основаниями. Запись этого числа в каждой системе счисления состоит только из единиц. Найти это число и указать системы счисления.

Максимальный балл 10. Для решения нужно было составить программу на любом языке программирования.

Решение:

Обозначим основания систем счисления как x и y , $\text{НОД}(x, y) = 1$, а количество единиц в каждом числе как n и m , тогда имеем равенство в десятичной системе счисления:

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{(n-1)} = 1 + y + y^2 + y^3 + \dots + y^{(m-1)}$$

Это равносильно равенству

$$(x^n - 1) / (x - 1) = (y^m - 1) / (y - 1)$$

Поскольку x, y, n, m натуральные числа, можно воспользоваться методом перебора

Реализация перебора на языке Python:

```

from math import gcd

for x in range(2, 101):
    for y in range(2, 101): # перебор систем счисления
        if gcd(x, y) == 1: # НОД(x, y) = 1
            for n in range(2, 8): # Поскольку число из 8 «1» больше 100
                for m in range(2, 8): # В любой системе счисления
                    if (x**n-1)/(x-1) == (y**m-1)/(y-1):
                        print(x, n, y, m)

```

Результат работы программы: 2 5 5 3 и 5 3 2 5 (либо $x=2, n=5, y=5, m=3$, либо $x=5, n=3, y=2, m=5$)

Т.е. число из 5 единиц в системе счисления с основанием 2 равно числу из 3 единиц в системе счисления с основанием 5

$$11111_2 = 111_5$$

$$11111_2 = 31_{10}; 111_5 = 31_{10}$$

Значит искомое число 31

Задачу можно решить без импортирования функции для нахождения НОД 2 чисел(gcd), реализовав функцию самостоятельно.

Пример реализации с помощью алгоритма Евклида на языке Python:

```
def gcd(x, y):  
    if x == y:  
        return x  
    return gcd(abs(x-y), min(x, y))
```