

## ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА

## Математика

## 17 задач 10 класс, 17 задач 11 класс

За каждый правильный ответ в задании – 1 балл

Максимальный балл – 17

Попытка – 1

Время на прохождение теста – 240 мин

## 10 класс

1. Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 5. На промежутке  $[-2; 3)$  она задается формулой  $f = x^3 - \frac{1}{2}x^2$ .

Найдите значение выражения

$$\frac{2}{7}f(15) + f(18) - 4.$$

2. Вычислите:  $\sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$

3. Решите уравнение:

$$\frac{x^2 - 12x + 15}{x^2 - 6x + 15} = \frac{4x}{x^2 - 10x + 15}.$$

В ответе укажите сумму корней уравнения, если их несколько, или один корень.

4. Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения:

$$\frac{1}{x} + x + x^2 + x^3 + \dots = 3,5.$$

5. Определите значение параметра  $a$ , при котором квадратный трехчлен  $x^2 - ax + a - 1$  является полным квадратом.

6. Определите значение параметра  $a$ , при котором в квадратном уравнении  $(a^2 - 5a + 3)x^2 + (3a - 1)x + 2 = 0$  один из корней в два раза больше другого. В ответе укажите  $15a + 2$

7. Найдите угол между часовой и минутной стрелками в 7 ч 38 мин.

8. Найдите наибольшее натуральное число  $n$ , которое делится на все натуральные числа, не превосходящие  $\frac{n}{10}$ .

9. Найдите сумму  $S$  выражения

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100} + \frac{1}{100 \cdot 101}.$$

В ответе укажите  $101 \cdot S - 1$

10. Найти сумму всех коэффициентов многочлена

$$P(x) = (2x^2 - 2x + 1)^{1999} \cdot (x^3 - 2x^2)^{2001}$$

11. По прогнозу экспертов, цены на квартиры в Москве через год упадут в рублях на 20%, а в евро на 40%. В Сочи цены в рублях упадут на 10%. На сколько процентов упадут цены в Сочи в евро?

12. Если 5 кошкам нужно 5 минут, чтобы поймать 5 мышек, сколько потребуется кошек, чтобы за 100 минут поймать 100 мышек?

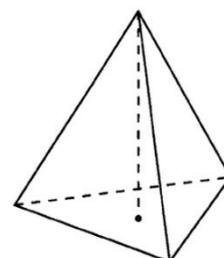
13. Найдите количество целых решений уравнения:

$$[x[x]] = 1$$

14. Найдите сумму

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100} + \sqrt{99}}$$

15. Стороны основания правильной треугольной пирамиды равны  $3\sqrt{3}$ , боковые ребра равны 5. Найдите высоту этой пирамиды.



16. В треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $BD$ . Найдите сторону  $BC$ , если  $\angle ABC = 120^\circ$ ,  $AB=4$ ,  $BD=2$ .

17. В прямоугольной трапеции  $ABCD$  биссектриса острого угла при основании  $AD$  пересекает боковую сторону  $AB$  в точке  $M$ . Найдите угол  $CMD$ , если  $CD=AD+BC$ .

### 11 класс

1. Решите уравнение:

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{5x-x^2-6} + \sqrt{2x+3} = 3$$

2. Наибольшее из чисел  $n$  и  $k$  обозначается  $\max(n, k)$ . Если числа равны, то  $\max(n, k)=n=k$ . Постройте график функции

$$y = \max(-x^2 + 1; -x + 1)$$

и найдите наименьшее значение этой функции на промежутке  $[-2; 0,5]$ .

3. Решите уравнение:

$$25x^2 - 10x + 4 = \left(\sqrt{3} - \cos \frac{15\pi x}{2}\right) \left(\sqrt{3} + \cos \frac{15\pi x}{2}\right)$$

4. В четырехзначном числе сумма цифр тысяч и десятков равна 4, сумма цифр сотен и единиц равна 15, а цифра единиц больше цифры тысяч на 7. Из всех чисел, удовлетворяющих указанным условиям, найдите такое, у которого сумма произведения цифры тысяч на цифру единиц и произведения цифры сотен на цифру десятков принимает наименьшее значение.

5. Решите уравнение

$$|\sin x + \cos x| = 5 - 4[x]$$

В ответе укажите  $\frac{x_0}{\pi} + 1$ , где  $x_0$ -корень уравнения.

6. Решите уравнение

$$\arccos|x| = \arcsin 2x.$$

В ответе укажите  $x_0^2 + 2$ , где  $x_0$ -корень уравнения.

7. Вычислите

$$\frac{(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\dots(2^{32}+1)}{2^{64}-1}$$

8. Найдите сумму

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$$

9. Найдите угол между часовой и минутной стрелками в 7 ч 38 мин.

10. По прогнозу экспертов, цены на квартиры в Москве через год упадут в рублях на 20%, а в евро на 40%. В Сочи цены в рублях упадут на 10%. На сколько процентов упадут цены в Сочи в евро?

11. Решите уравнение  $[x] = x^3 + 3$ .

В ответе укажите  $x_0^3 + 2$ , где  $x_0$ -корень уравнения.

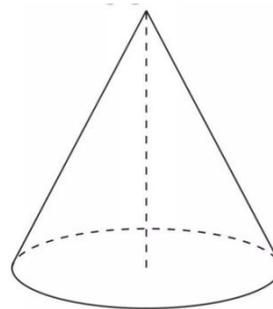
12. Если 5 кошкам нужно 5 минут, чтобы поймать 5 мышек, сколько потребуется кошек, чтобы за 100 минут поймать 100 мышек?

13. При каких значениях параметра  $k$  парабола  $y=(k-1)x^2+(k+4)x+k+7$  касается оси абсцисс?

В ответе укажите число целых значений параметра.

14. Точка  $A(6;-12)$  является вершиной параболы  $y=ax^2+bx+c$ , одна из точек пересечения которой с осью  $Ox$  имеет абсциссу, равную 8. Определите значения коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $c$ . В ответе укажите их сумму.

15. Площадь основания прямого кругового конуса равна  $25\pi$ , высота — 12. Найдите длину образующей.



16. Найдите длину кратчайшего пути по поверхности единичного правильного тетраэдра между серединами его противоположных рёбер.

17. В треугольнике  $ABC$  на стороне  $BC$  выбрана точка  $E$  так, что  $\angle BEA = \angle CED$ ,  $D$  — середина стороны  $AC$ . Чему равно отношение  $AE : ED$ .