Чистовик, 1 страница

М12

№1

Сравнить: $\left(\frac{1}{2023}\right)^{2023}$ и $\left(\frac{1}{2022}\right)^{2022}$

$\frac{1}{2023} < 1$; $\frac{1}{2022} < 1$, значит с увеличении показателе степени число уменьшается

$\frac{1}{2022} > \frac{1}{2023}$

$\Downarrow$

$\left(\frac{1}{2022}\right)^{2022} > \left(\frac{1}{2023}\right)^{2022} > \left(\frac{1}{2023}\right)^{2023}$

$\left(\frac{1}{2022}\right)^{2022} > \left(\frac{1}{2023}\right)^{2023}$ 4

35

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
3	2 5	3	3	4	4	3	~~8~~ 5	4	9 2	36 34

34б

№2

$$\begin{cases} 3^{\sqrt{x^2-7x-7}} = 5-2\sqrt{x^2-7x-7} \\ \log_2 x = y \end{cases}$$

~~хорро~~ – ограничение $x > 0$

$3^{\sqrt{x^2-7x-7}} = 5-2\sqrt{x^2-7x-7}$

Обозначим $t = \sqrt{x^2-7x-7}$

$3^t = 5-2t$

Пусть $f(x) = 3^x$; $g(x) = 5-2x$. Заметим, что $f(x)$ ~~во~~ монотонно возрастает, а $g(x)$ монотонно убывает, значит уравнение $f(x)=g(x)$ имеет единственное решение.

Заметим, что $t=1$ решение, ~~значит~~ из соображений выше оно единственное

Имеем:

$\sqrt{x^2-7x-7} = 1$ (см. на стр...)

Чистовик, 3 страница

M 12

№5

$\{a_n\}$; $d=2$ – разность.

Если S_{2023} – наименьшая, то тогда

$a_1; a_2; a_3; \ldots; a_{2023}$ – отрицательные числа

$a_{2023}; a_{2024} \ldots$ – положительные

$$a_{2023} = a_1 + 2 \cdot 2022 < 0 \qquad a_1 < -4044$$

$$a_{2024} = a_1 + 2 \cdot 2023 > 0 \qquad a_1 > -4046 \quad \Rightarrow a_1 = -4045$$

$$a_1 \in \mathbb{Z}$$

~~Ответ:~~

4б

Ответ: -4045

№6

$$\begin{cases} (2023!) \vdots 2022^k \\ (2023!) \not\vdots 2022^{k+1} \\ k \in \mathbb{N} \end{cases} \qquad 2022 = 2 \cdot 3 \cdot 337$$

Заметим, что степень вхождения множителей 2 и 3 в $(2023!)$ значительно превышает степень вхождения множителя 337. Значит

$$\begin{cases} (2023!) \vdots 337^k \\ (2023!) \not\vdots 337^{k+1} \\ k \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$7 \cdot 337 > 2023 > 2022 = 6 \cdot 337 \qquad \Rightarrow \begin{cases} (2023!) \vdots 337^6 \\ (2023!) \not\vdots 337^7 \end{cases} \Rightarrow k = 6$$

$$337^2 > 2023$$

Ответ: 6

4б

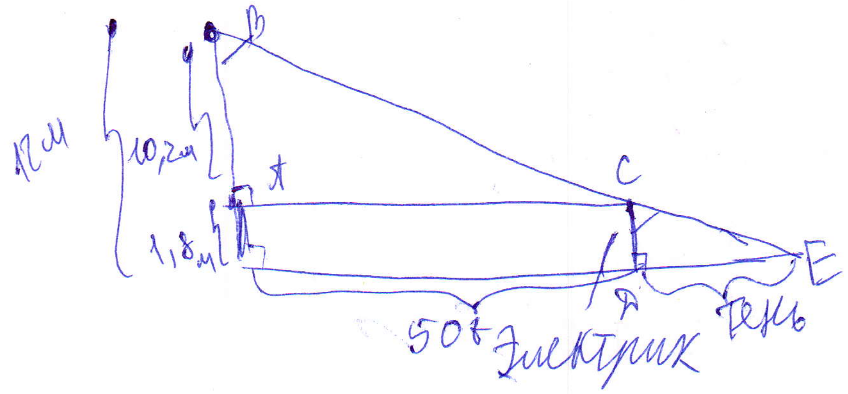
(см. след. страницу)

Чистовик, 5 страница

М12

№ 8

рост электрика 1 м 80 см = 1,8 м;
высота фонаря 12 м
скорость движения – 50 м/мин.



Пусть t – время, которое шёл электрик в минутах. Тогда в расстоянии $50t$

$\triangle ABC \sim \triangle DCE$, по 2 углам ($\angle CAB = \angle EDC$; $\angle DCE = \angle ABC$)

Коэффициент подобия $k = \frac{1,8}{10,2} = \frac{18}{102} = \frac{3}{17}$

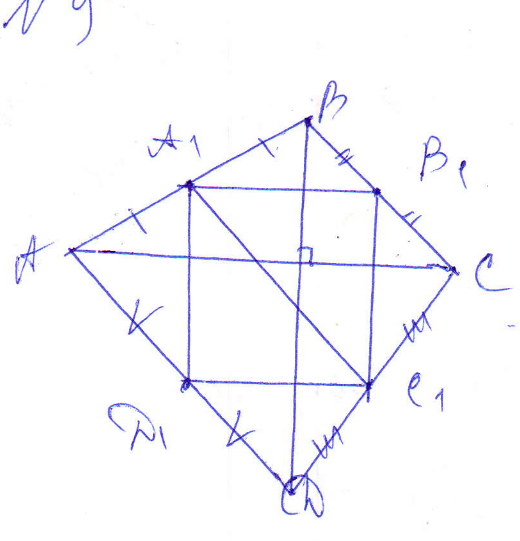
$DE = AC \cdot k = 50t \cdot \frac{3}{17} = \frac{150}{17}t$

$S_{тени} = \frac{150}{17} \cdot t \Rightarrow$ скорость удлинения тени $\frac{150}{17}$ $\frac{м}{мин}$.

Ответ: $\frac{150}{17}$ м/мин.

5б

№ 9



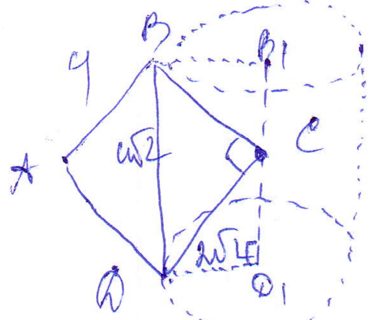
Дано: ABCD – выпуклый четырёхугольник; $AC \perp BD$; A_1, B_1, C_1, D_1 – середина AB, BC, CD, AD соответственно, $A_1C_1 = 10$

Найти: B_1D_1

(см. след. стр.)

Чистовик, 7 страница

14 12



Решение:

$AC = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{4^2+4^2} = 4\sqrt{2}$

по теореме Пифагора.

Построим прямоугольник BB_1D_1D.

$BB_1 = DD_1 = \frac{1}{2} AC = 2\sqrt{2}$.

Его площадь $S = BD \cdot DD_1 = 4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 16$

равна площади данного квадрата $4 \cdot 4 = 16$

Значит объём тела вращения данного квадрата равен объёму цилиндра, полученного вращением прямоугольника BB_1D_1D вокруг стороны $B_1D_1 \parallel BD$; $C \in B_1D_1$.

$r = \frac{1}{2} AC = 2\sqrt{2}$ – радиус цилиндра,

$h = BD = 4\sqrt{2}$ – высота цилиндра,

тогда его объём

$V = \pi r^2 h = \pi \cdot (2\sqrt{2})^2 \cdot 4\sqrt{2} = 32\sqrt{2}\pi$.

Это и будет требуемого объём

10

Ответ: $32\sqrt{2}\pi$