1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
9	7	0	–	10	10		–	36

M 11-11

№1

В волшебном саду растёт один волшебный цветок. Если его сорвать, то вместо него мгновенно вырастают пять таких же волшебных цветов. Однажды в саду гуляли дети, и каждый унёс с собой букетик волшебных цветов. После их ухода садовник насчитал 2023 цветка. Докажите, что садовник ошибся.

Дано:
$x=1$
$S=2023$
$n=5$

Доказать, что садовник ошибся

Решение:

Если сорвать один цветок, то вырастет 5 новых. Можно сказать, что цветов становится на $5-1=4$ цветов больше при срывании одного цвета.
Если садовник прав, то должно появиться $2023-1=2022$ цветов.
Узнаем, сколько цветов было сорвано:

$\frac{2022}{4}=505,5$ – число 2022 не ~~делится~~ нацело на 4, а это значит, что садовник ошибся. Если бы садовник был бы прав, то мы смогли бы узнать точное кол-во цветов
ч.т.д.

9б

№2

Решите в целых числах уравнение $xy-x^2=5-x$

$xy-x^2=5-x \Rightarrow x(y-x)=5-x \Rightarrow y-x=\frac{5-x}{x}$ ОДЗ: $x\neq 0,\ x\in Z,\ y\in Z$

Если $x=1$, то $y-1=\frac{5-1}{1} \Rightarrow y=5$

Если $x=-1$, то $y+1=\frac{5+1}{-1} \Rightarrow y+1=-6 \Rightarrow y=-7$

Если $5-x=0$, то $x=5$. $y-5=\frac{5-5}{5} \Rightarrow y-5=0 \Rightarrow y=5$

Ответ: $(1;5);(-1;-7),(5;5)$

7б

№6 М 11-11

Решите функциональное уравнение $f(x)-4x^2-14x=\frac{4}{x^2}+\frac{18}{x}-3f\left(\frac{1}{x}\right)$

ОДЗ: $x\neq0$

Заменим x на $\frac{1}{x}$, тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} f(x)-4x^2-14x=\frac{4}{x^2}+\frac{18}{x}-3f\left(\frac{1}{x}\right) \\ f\left(\frac{1}{x}\right)-\frac{4}{x^2}-\frac{14}{x}=4x^2+18x-3f(x) \;\Big|\cdot3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x)-4x^2-14x=\frac{4}{x^2}+\frac{18}{x}-3f\left(\frac{1}{x}\right) \\ 3f\left(\frac{1}{x}\right)-\frac{12}{x^2}-\frac{42}{x}=12x^2+54x-9f(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x)-4x^2-14x=\frac{4}{x^2}+\frac{18}{x}-3f\left(\frac{1}{x}\right) \\ 12x^2+54x-9f(x)=3f\left(\frac{1}{x}\right)-\frac{12}{x^2}-\frac{42}{x} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x)-4x^2-14x+12x^2+54x-9f(x)=\frac{4}{x^2}+\frac{18}{x}-3f\left(\frac{1}{x}\right)+3f\left(\frac{1}{x}\right)-\frac{12}{x^2}-\frac{42}{x}$$

$$-8f(x)+8x^2+40x=-\frac{8}{x^2}-24x \Rightarrow -8(f(x)-x^2-5x)=-8\left(\frac{1}{x^2}+\frac{3}{x}\right) \Rightarrow f(x)-x^2-5x=\frac{1}{x^2}+\frac{3}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x)=x^2+\frac{1}{x^2}+5x+\frac{3}{x} \Rightarrow f(x)=\frac{x^2\cdot x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}+\frac{5x\cdot x}{x}+\frac{3}{x} \Rightarrow f(x)=\frac{x^4+1}{x^2}+\frac{5x^2+3}{x}$$

Ответ: $f(x)=\frac{x^4+1}{x^2}+\frac{5x^2+3}{x}$

10б

№3

~~Решите~~ Найдите значение выражения $\log_3 tg20^\circ+\log_3 tg40^\circ+\log_3 tg60^\circ+\log_3 tg80^\circ$

$$\log_3 tg20^\circ+\log_3 tg40^\circ+\log_3 tg60^\circ+\log_3 tg80^\circ=\log_3(tg20^\circ\cdot tg40^\circ\cdot tg60^\circ\cdot tg80^\circ)=\log_3(tg20^\circ\cdot tg(2\cdot20^\circ)\cdot tg60^\circ\cdot tg(2\cdot40^\circ))=$$

$$=\log_3\left(tg20^\circ\cdot\frac{2tg20}{1-tg^2 20}\cdot tg60^\circ\cdot\frac{2tg40}{1-tg^2 40}\right)=\log_3\left(tg20^\circ\cdot\frac{2tg20^\circ}{(tg20^\circ\cdot ctg20^\circ)-tg^2 20}\cdot tg60^\circ\cdot\frac{2tg40}{1-tg^2 40}\right)=\log_3\left(\frac{2tg20^\circ}{ctg20^\circ-tg20^\circ}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot tg60^\circ\cdot\frac{2tg40}{1-tg^2 40}\right)$$

0б

№6 **М 11-11**

Решите функциональное уравнение $f(x)-4x^2-14x=\frac{4}{x^2}+\frac{18}{x}-3f\left(\frac{1}{x}\right)$

ОДЗ: $x\neq 0$

Заменим x на $\frac{1}{x}$, тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} f(x)-4x^2-14x=\frac{4}{x^2}+\frac{18}{x}-3f\left(\frac{1}{x}\right) \\ f\left(\frac{1}{x}\right)-\frac{4}{x^2}-\frac{14}{x}=4x^2+18x-3f(x) \;\Big|\cdot 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x)-4x^2-14x=\frac{4}{x^2}+\frac{18}{x}-3f\left(\frac{1}{x}\right) \\ 3f\left(\frac{1}{x}\right)-\frac{12}{x^2}-\frac{42}{x}=12x^2+54x-9f(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x)-4x^2-14x=\frac{4}{x^2}+\frac{18}{x}-3f\left(\frac{1}{x}\right) \\ 12x^2+54x-9f(x)=3f\left(\frac{1}{x}\right)-\frac{12}{x^2}-\frac{42}{x} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x)-4x^2-14x+12x^2+54x-9f(x)=\frac{4}{x^2}+\frac{18}{x}-3f\left(\frac{1}{x}\right)+3f\left(\frac{1}{x}\right)-\frac{12}{x^2}-\frac{42}{x}$$

$$-8f(x)+8x^2+40x=-\frac{8}{x^2}-24x \Rightarrow -8\left(f(x)-x^2-5x\right)=-8\left(\frac{1}{x^2}+\frac{3}{x}\right) \Rightarrow f(x)-x^2-5x=\frac{1}{x^2}+\frac{3}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x)=x^2+\frac{1}{x^2}+5x+\frac{3}{x} \Rightarrow f(x)=\frac{x^2\cdot x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}+\frac{5x\cdot x}{x}+\frac{3}{x} \Rightarrow f(x)=\frac{x^4+1}{x^2}+\frac{5x^2+3}{x}$$

Ответ: $f(x)=\frac{x^4+1}{x^2}+\frac{5x^2+3}{x}$

10б

№3

~~Решите~~ Найдите значение выражения $\log_3 tg20°+\log_3 tg40°+\log_3 tg60°+\log_3 tg80°$

$$\log_3 tg20°+\log_3 tg40°+\log_3 tg60°+\log_3 tg80°=\log_3(tg20°\cdot tg40°\cdot tg60°\cdot tg80°)=\log_3(tg20°\cdot tg(2\cdot 20°)\cdot tg60°\cdot tg\,\cancel{80}(2\cdot 40°))=$$

$$=\log_3\left(tg20°\cdot\frac{2tg20}{1-tg^2 20}\cdot tg60°\cdot\frac{2tg40}{1-tg^2 40}\right)=\log_3\left(tg20°\cdot\frac{2tg20°}{(tg20°\cdot ctg20°)-tg^2 20}\cdot tg60°\cdot\frac{2tg40}{1-tg^2 40}\right)=\log_3\left(\frac{2tg20°}{ctg20°-tg20°}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot tg60°\cdot\frac{2tg40}{1-tg^2 40}\right)$$

0б