

10 класс

1. (2 балла) Кривая задана уравнением $x^2 + 2x + 2xy + 4y - 5 = 0$. Найдите все точки с целочисленными координатами, через которые проходит эта кривая.

2. (3 балла) Вычислите

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{2 - \frac{1}{3 - \frac{1}{4 - \frac{1}{\ddots - \frac{1}{2025 - \frac{1}{2026}}}}}}} - \frac{1}{1 - \frac{1}{3 - \frac{1}{4 - \frac{1}{\ddots - \frac{1}{2025 - \frac{1}{2026}}}}}}$$

3. (3 балла) Решите уравнение

$$\left[\frac{1 - 3x}{2} \right] = x^2 - 2x,$$

где $[x]$ – целая часть числа x , то есть наибольшее целое число, не превосходящее x .

4. (3 балла) Докажите, что

$$\frac{2025^2 + 2026^2}{2025 \cdot 2026} \cdot \frac{(2027)^2 + (2028)^2}{2027 \cdot 2028} \cdot \dots \cdot \frac{(6075)^2 + (6076)^2}{6075 \cdot 6076} > 2^{2026}$$

5. (4 балла) Решите неравенство:

$$\sin\left(3x + \frac{2}{x} - 7\right) + \sin\left(4x - \frac{2}{x} - 14\right) \geq 2\left(3x + \frac{2}{x} - 7\right) + 2\left(4x - \frac{2}{x} - 14\right).$$

6. (5 балла) Найдите сумму целых значений параметра a , при которых уравнение

$$2026|x - 2| + |1000x - |x - a|| = 1001x$$

имеет хотя бы один корень.

7. (5 баллов) В круг вписан равнобедренный треугольник и в этот треугольник вписан круг. Расстояния от центров кругов до основания треугольника равны между собой.

Определите углы треугольника.

8. (5 баллов) В треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ точки M и N — середины ребер B_1C_1 и AB соответственно, точка P лежит на ребре A_1B_1 так, что $A_1P : PB_1 = 1:3$. Построить сечение призмы плоскостью (CNP) и найти отношение, в котором оно делит отрезок AM .